

GABARITO FÍSICA

Questão 1

Um cilindro de 60 cm^2 de área de seção transversal contém um gás ideal confinado em seu interior. Em cima do pistão do cilindro é colado um bloco de 15 N de peso. Na Figura 1, a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro é de 3 cm . Invertendo-se a posição do cilindro, conforme mostra a Figura 2, verifica-se que a distância do pistão à extremidade fechada do cilindro passa a valer 6 cm .

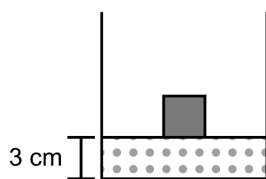


Figura 1

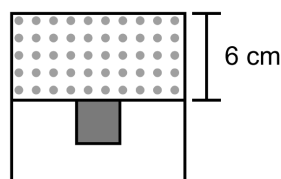


Figura 2

Dados:

- constante universal dos gases: $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol K})$;
- temperatura do gás: $T = 433 \text{ K}$.

Observações:

- desconsidere a área de contato do bloco;
- considere a temperatura do gás constante.

Diante do exposto, calcule:

- a pressão atmosférica no local da experiência;
- as pressões do gás em cada uma das situações das figuras;
- o número de mols do gás no interior do cilindro.

Gabarito

Etapa 1. Etapa Diagrama de corpo livre — Figura 1

No início, pelo diagrama de corpo livre no pistão (com o bloco colado sobre ele), o gás empurra o pistão para cima com força $P_{\text{gás}} \cdot A$, enquanto a atmosfera e o peso do bloco empurram para baixo:

$$P_{\text{gás}} \cdot A = P_{\text{atm}} \cdot A + P_{\text{bloco}} \Rightarrow P_{\text{gás}} = P_{\text{atm}} + \frac{P_{\text{bloco}}}{A} \Rightarrow P_{\text{gás}} = P_{\text{atm}} + \frac{15}{60 \cdot 10^{-4}} \quad (i)$$

Etapa 2. Etapa Diagrama de corpo livre — Figura 2

Com o cilindro invertido, o bloco fica colado abaixo do pistão e passa a puxá-lo para baixo:

$$P_{\text{gás}} \cdot A + P_{\text{bloco}} = P_{\text{atm}} \cdot A \Rightarrow P_{\text{gás}} = P_{\text{atm}} - \frac{P_{\text{bloco}}}{A} \Rightarrow P_{\text{gás}} = P_{\text{atm}} - \frac{15}{60 \cdot 10^{-4}} \quad (ii)$$

Etapa 3. Etapa Pressão atmosférica



Como a temperatura é a mesma nas duas situações, o produto entre pressão e volume do gás é igual nas duas (Lei de Boyle):

$$P_i V_i = P_f V_f$$

$$\left(P_{\text{atm}} + \frac{15}{60 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot (3 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-4}) = \left(P_{\text{atm}} - \frac{15}{60 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot (6 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-4})$$

$$P_{\text{atm}} + \frac{10^4}{4} = 2P_{\text{atm}} - \frac{10^4}{2} \Rightarrow \boxed{P_{\text{atm}} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$$

Etapa 4. Etapa Pressões do gás

Substituindo o valor de P_{atm} em (i) e (ii):

$$P_{\text{gás}} = 7,5 \cdot 10^3 + \frac{10^4}{4} \Rightarrow \boxed{P_{\text{gás, início}} = 10^4 \text{ Pa}}$$

$$P_{\text{gás}} = 7,5 \cdot 10^3 - \frac{10^4}{4} \Rightarrow \boxed{P_{\text{gás, final}} = 5 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$$

Etapa 5. Etapa Número de mols

Usando a equação de Clapeyron na situação inicial:

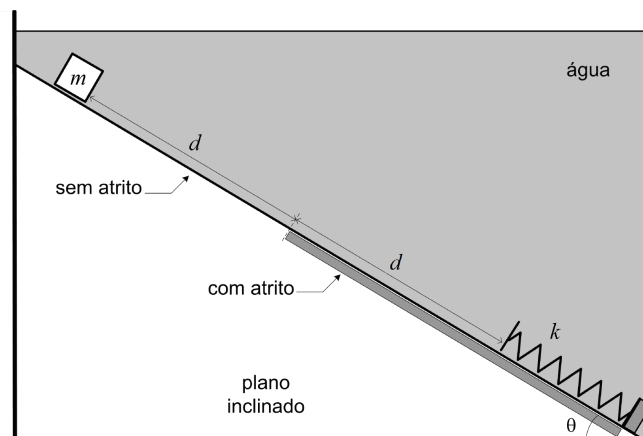
$$PV = nRT \Rightarrow 10^4 \cdot (3 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-4}) = n \cdot 8,314 \cdot 433$$

$$\boxed{n = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}}$$



Questão 2

A figura ilustra um plano inclinado fazendo um ângulo θ com a horizontal. O plano encontra-se dentro de um tanque contendo água, onde também estão um bloco de massa m e uma mola de constante elástica k , inicialmente relaxada. O bloco parte do repouso a uma distância $2d$ da mola. Na primeira metade do percurso, não há atrito. Após essa parte, a superfície do plano passa a apresentar atrito. Ao atingir a mola, o bloco passa a mover-se solidariamente a ela.



Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;
- massa do bloco: $m = 0,1 \text{ kg}$;
- volume do bloco: $V = 0,05 \text{ L}$;
- coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície: $\mu_c = 1/3$;
- constante elástica da mola: $k = 6,2 \text{ N/m}$;
- distância $d = 4 \text{ m}$;
- massa específica da água: $\mu_a = 1 \text{ g/cm}^3$;
- $\text{sen}(\theta) = 0,8$.

Observação:

- com relação à água, considere apenas a força de empuxo.

Considerando a situação descrita, determine:

- o módulo da velocidade do bloco ao alcançar a superfície com atrito;
- o módulo da velocidade do bloco ao atingir a mola;
- a máxima compressão da mola.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a — Velocidade ao alcançar a superfície com atrito

No primeiro trecho d não há atrito, de modo que a variação de energia mecânica do bloco se deve apenas ao trabalho da força de empuxo. Sendo $\Delta S_y = d \text{sen}(\theta)$ a queda vertical nesse trecho,

$$E_i = mg\Delta S_y, \quad E_f = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_f - E_i = W_{\text{empuxo}} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - mg\Delta S_y = -\mu_{\text{água}} \cdot V \cdot g \cdot \Delta S_y$$

$$\frac{0,1v^2}{2} - 0,1 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 0,8 = -10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 0,8$$

$$v = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Etapa 2. Etapa b — Força de atrito

Para o segundo trecho, é preciso conhecer a força de atrito. Pelo diagrama de corpo livre do bloco na direção perpendicular ao plano, com $E = \mu_{\text{água}} Vg$ o empuxo e $P = mg$ o peso:

$$N + E \cos \theta = P \cos \theta \Rightarrow N = (P - E) \cos \theta = (0,1 \cdot 10 - 10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10) \cdot 0,6 = 0,3 \text{ N}$$

$$F_{\text{at}} = \mu_c N = \frac{1}{3} \cdot 0,3 = 0,1 \text{ N}$$

Etapa 3. Etapa b — Velocidade ao atingir a mola

Conservando energia do início do movimento (repouso) até o instante em que o bloco atinge a mola, percorridos os $2d$ totais (dos quais d com atrito), com $\Delta S_y = 2d \sin(\theta)$:

$$E_f - E_i = W_{\text{empuxo}} + W_{\text{fat}} \Rightarrow \frac{mv'^2}{2} - mg\Delta S_y = -\mu_{\text{água}} Vg\Delta S_y - F_{\text{at}} \cdot d$$

$$\frac{0,1v'^2}{2} - 0,1 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 0,8 = -10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 0,8 - F_{\text{at}} \cdot 4 \Rightarrow v'^2 = 64 - 80F_{\text{at}} \quad (i)$$

Substituindo $F_{\text{at}} = 0,1 \text{ N}$ em (i):

$$v'^2 = 64 - 80 \cdot 0,1 = 56 \Rightarrow v' = 2\sqrt{14} \text{ m/s}$$

Etapa 4. Etapa c — Compressão máxima da mola

A partir do contato com a mola, o bloco (já em atrito) comprime-a até parar, avançando uma distância adicional x ao longo do plano, com queda vertical $x \sin(\theta)$:

$$E_i = \frac{mv'^2}{2} + mgx \sin(\theta), \quad E_f = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_f - E_i = W_{\text{empuxo}} + W_{\text{fat}} \Rightarrow \frac{kx^2}{2} - \frac{mv'^2}{2} - mg \cdot 0,8x = -\mu_{\text{água}} Vg \cdot 0,8x - F_{\text{at}} \cdot x$$

$$\frac{6,2x^2}{2} - \frac{0,1 \cdot 56}{2} - 0,1 \cdot 10 \cdot 0,8x = -10^3 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,8x - 0,1x$$

$$31x^2 - 3x - 28 = 0$$

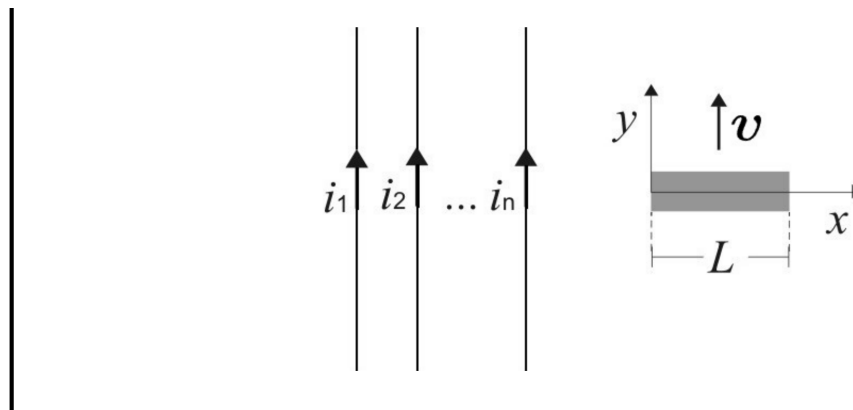
$$x = 1 \text{ m}$$



Questão 3

Fios infinitos no plano xy são paralelos ao eixo y e conduzem correntes elétricas nos sentidos desenhados na figura de tal forma que o módulo do campo magnético na superfície de uma chapa metálica de carga total nula seja aproximadamente $B(x) = C - Kx$, onde C e K são constantes positivas.

A chapa movimenta-se com velocidade constante na direção y mantendo-se no plano xy e induzindo assim o deslocamento de elétrons livres na chapa até que campos elétricos estacionários ao longo do eixo x sejam criados para que o equilíbrio eletrostático seja alcançado.



Dados:

- largura da chapa: L ;
- $C > K.L$;
- velocidade da chapa: v , no sentido positivo de y ;
- correntes nos fios: $i_1, i_2, \dots, i_n$;
- distâncias dos fios ao eixo y : $d_1, d_2, \dots, d_n$;
- posições dos fios: à esquerda do eixo;
- permeabilidade magnética do meio: μ_0 .

Diante do exposto e justificando todas as respostas, determine:

- para que lado da chapa (direito ou esquerdo) haverá maior deslocamento de elétrons;
- a expressão do módulo do campo elétrico $E(x)$ induzido na chapa no equilíbrio eletrostático em função da posição x ;
- o módulo da diferença de potencial elétrico entre as posições $x = 0$ e $x = L$;
- a relação entre a constante C (campo magnético em $x = 0$) e as correntes e distâncias listadas nos dados acima.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a

Inicialmente, como temos elétrons se movendo no sentido positivo de y com velocidade v e sabendo que o campo magnético gerado pelas correntes está no sentido negativo de z (entrando no papel), pela regra da mão direita, no elétron (carga negativa), sabe-se que ele sofrerá uma força no sentido positivo de x . Logo, haverá maior deslocamento de elétrons para a **direita**.

Etapa 2. Etapa b

No equilíbrio eletrostático, a força elétrica equilibra a força magnética sobre os elétrons deslocados:

$$|q|vB = |q|E \Rightarrow E(x) = vB(x) = v(C - Kx) \Rightarrow \boxed{E(x) = Cv - Kvx}$$

**Etapa 3. Etapa c**

Pelo gráfico de $E(x)$ em função de x (uma reta decrescente de Cv até $Cv - KvL$, já que $C > KvL$), a área sob a curva entre $x = 0$ e $x = L$ fornece o módulo da diferença de potencial U :

$$U = \frac{(Cv + Cv - KvL)L}{2} \Rightarrow U = \frac{(2C - KvL)vL}{2}$$

Etapa 4. Etapa d

O campo magnético gerado por um fio infinito em um ponto a uma distância d do fio é dado por $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$. Cada fio gera, no ponto $x = 0$, um campo magnético que aponta no sentido negativo do eixo z (entrando no papel). Logo, os módulos se somam, resultando em um campo de módulo igual a C (o campo magnético em $x = 0$):

$$C = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d_1} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2} + \frac{\mu_0 i_3}{2\pi d_3} + \dots + \frac{\mu_0 i_n}{2\pi d_n}$$
$$C = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1}{d_1} + \frac{i_2}{d_2} + \dots + \frac{i_n}{d_n} \right)$$

Questão 4

Em uma experiência de campo, um observador parado estuda o movimento de um veículo que se aproxima em sua direção. De tempos em tempos, o veículo emite simultaneamente um sinal acústico de frequência f e um sinal luminoso. No instante $t = t_1$, o observador detecta um sinal luminoso; no instante $t = t_1 + \Delta t_1$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_1 . No instante $t = t_2$, o observador detecta outro sinal luminoso; no instante $t = t_2 + \Delta t_2$, detecta o sinal acústico correspondente com uma frequência f_2 .

Dados:

- $f = 300 \text{ Hz}$;
- $t_1 = 0 \text{ s}$;
- $\Delta t_1 = 3 \text{ s}$;
- $f_1 = 310 \text{ Hz}$;
- $t_2 = 34 \text{ s}$;
- $\Delta t_2 = 1 \text{ s}$;
- $f_2 = 320 \text{ Hz}$;
- velocidade do som: 340 m/s .

Observação:

- a velocidade do veículo não sofre variações abruptas.

Para o intervalo de tempo $t_1 \leq t \leq t_2$, determine:

- a velocidade média do veículo;
- a aceleração média do veículo.

Gabarito**Etapa 1. Etapa Evento 1**

Como existe um movimento relativo entre a fonte e o observador, está ocorrendo o efeito Doppler, ou seja, o observador escuta uma frequência maior do que a que está sendo emitida pela fonte. A luz, por se propagar com velocidade muito maior que o som, chega praticamente no instante da emissão, de forma que $d_1 = v_s \cdot \Delta t_1$ é a distância entre a fonte (no instante da emissão sonora) e o observador. Dito isso:

$$f_{\text{ap}} = f_0 \cdot \left(\frac{v_s}{v_s - v_f} \right) \Rightarrow 310 = 300 \cdot \left(\frac{340}{340 - v_1} \right) \Rightarrow v_1 = \frac{340}{31} \text{ m/s}$$

$$d_1 = v_s \cdot \Delta t_1 = 340 \cdot 3 = 1020 \text{ m}$$

Etapa 2. Etapa Evento 2

Analogamente, para o segundo evento:

$$320 = 300 \cdot \left(\frac{340}{340 - v_2} \right) \Rightarrow v_2 = \frac{85}{4} \text{ m/s}$$

$$d_2 = v_s \cdot \Delta t_2 = 340 \cdot 1 = 340 \text{ m}$$

Etapa 3. Etapa a — Velocidade média

A distância percorrida pelo veículo entre os dois eventos é $d_1 - d_2$ (o veículo se aproxima do observador):

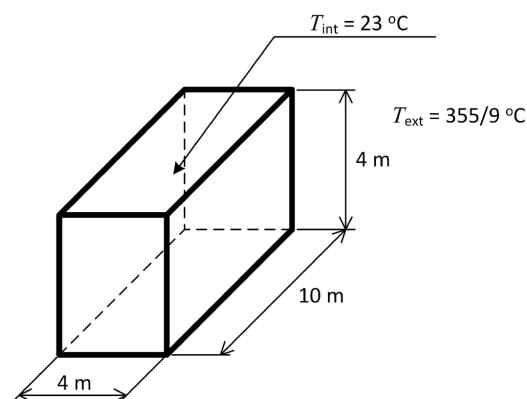
$$|V_M| = \frac{d_1 - d_2}{t_2 - t_1} = \frac{1020 - 340}{34 - 0} \Rightarrow \boxed{V_M = 20 \text{ m/s}}$$

Etapa 4. Etapa b — Aceleração média

$$|a_M| = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{85}{4} - \frac{340}{31}}{34 - 0} \Rightarrow a_M = \frac{75}{248} \Rightarrow \boxed{a_M \approx 0,3 \text{ m/s}^2}$$

Questão 5

Um laboratório deve ser mantido refrigerado a certa temperatura e recebe fluxo de calor incidente no teto, sendo que o piso se encontra idealmente isolado. O fluxo de calor em cada parede lateral é tomado como metade daquele recebido pelo teto. O funcionamento do maquinário no interior do laboratório juntamente com a carga térmica relativa aos técnicos está estimado em 25% do fluxo de calor relativo ao teto mais paredes. Um técnico estima que o custo por jornada de 8 horas referente ao acionamento elétrico do aparelho de condicionamento do ar desta instalação é aproximadamente R\$ 40,00.



Dados:

- temperatura de projeto no interior do laboratório: 23 °C;
- temperatura do ambiente externo: $\frac{355}{9}$ °C;
- dimensões do laboratório: 4 m × 10 m × 4 m;
- fluxo de calor incidente no teto do laboratório nas condições de projeto: 300 W/m²;
- razão entre o coeficiente de desempenho do aparelho de ar condicionado e o do refrigerador de um ciclo de Carnot: 1/6;
- custo de energia durante o acionamento do compressor do ar condicionado: R\$ 0,70 por kWh.

Baseado nos dados listados e em uma análise termodinâmica do problema, avalie o custo e conclua se a estimativa do técnico está adequada, subestimada ou superestimada.

Gabarito

Etapa 1. Etapa Fluxo de calor total (teto e paredes)

Seendo ϕ o fluxo de calor incidente pelo teto do laboratório (300 W/m²), o teto tem área 4 × 10 m² e cada uma das quatro paredes laterais recebe metade desse fluxo específico. Há duas paredes de 10 × 4 m² e duas de 4 × 4 m²:

$$\phi \cdot 4 \cdot 10 + 2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot 10 \cdot 4 + 2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot 4 \cdot 4 = 300 \cdot 40 + 300 \cdot 40 + 300 \cdot 16 = 28,8 \text{ kW}$$

Etapa 2. Etapa Fluxo total a ser retirado

O fluxo gerado pelo maquinário e pelos técnicos equivale a 25% do fluxo de teto e paredes:

$$\frac{1}{4} \cdot 28,8 = 7,2 \text{ kW}$$

Portanto, o fluxo de calor que precisa ser retirado pelo ar-condicionado é:

$$\phi_{AC} = 28,8 + 7,2 = 36 \text{ kW}$$

Em uma jornada de 8 horas, o calor retirado do laboratório pelo ar-condicionado é:

$$Q_F = \phi_{AC} \cdot \Delta t = 36 \cdot 8 = 288 \text{ kWh}$$

**Etapas 3. Etapa Eficiência do refrigerador e trabalho gasto**

O coeficiente de desempenho (eficiência e) do aparelho de ar condicionado é $1/6$ do coeficiente de um refrigerador de Carnot operando entre as mesmas temperaturas:

$$e = \frac{e_{\text{carnot}}}{6} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\frac{T_Q}{T_F} - 1} \right)$$

Convertendo as temperaturas para a escala Kelvin ($T_F = 23^\circ\text{C} = 296\text{ K}$ e $T_Q = \frac{355}{9}^\circ\text{C} \approx 313\text{ K}$):

$$e = 3$$

Portanto, o trabalho gasto para o acionamento do compressor do ar-condicionado é:

$$e = \frac{Q_F}{W} \Rightarrow 3 = \frac{288}{W} \Rightarrow W = 96\text{ kWh}$$

Etapas 4. Etapa Conclusão

Utilizando o custo de R\$ 0,70 por kWh:

$$\text{Custo} = 96 \times 0,70 = \text{R\$ } 67,20$$

Como o custo real (R\$ 67,20) é maior do que o estimado pelo técnico (R\$ 40,00), a estimativa do técnico está **subestimada**.

Questão 6

Duas esferas condutoras A e B, inicialmente isoladas, com cargas positivas Q_A e Q_B e raios R_A e R_B , são ligadas por meio de um fio condutor ideal e longo. Depois do sistema entrar em equilíbrio eletrostático, outro fio condutor, com pequena resistência elétrica, é conectado à esfera B no instante $t = t_0$ e o sistema é aterrado, conforme mostra a figura acima à esquerda. Durante o período em que o sistema permanece aterrado, circula pelo fio condutor de aterramento a corrente $i(t)$ variante com o tempo mostrada no gráfico à direita. Em $t = t_1$, o fio de aterramento é desconectado e, depois do sistema entrar novamente em equilíbrio eletrostático, o fio condutor que conecta as duas esferas é retirado.

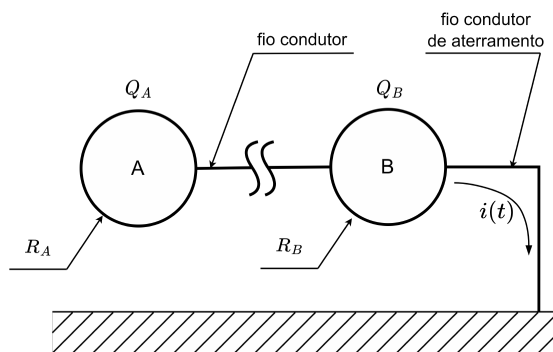


Figura 1

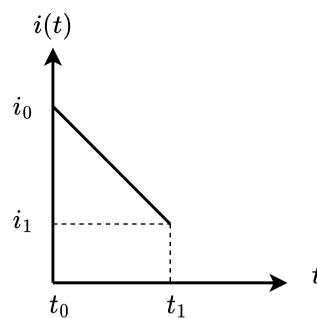


Figura 2

Dados:

- carga da esfera A: $Q_A = 6 \text{ C}$;
- carga da esfera B: $Q_B = 4 \text{ C}$;
- raio da esfera A: $R_A = 2 \text{ m}$;
- raio da esfera B: $R_B = 1 \text{ m}$;
- corrente i_0 : 5 A ;
- corrente i_1 : 3 A ;
- instante de tempo t_0 : 0 s ;
- instante de tempo t_1 : $1,5 \text{ s}$.

Diante do exposto, determine:

- a densidade superficial de carga de cada esfera depois que são conectadas e antes do aterramento;
- a soma das cargas das esferas A e B após o fio de aterramento ter sido desconectado em $t = t_1$;
- a carga da esfera A depois do fio condutor que conecta as duas esferas ter sido retirado.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a

Ao conectar as esferas por um fio, elas trocam carga entre si até que o potencial se iguale. Sendo Q'_A e Q'_B as cargas das esferas após o contato e antes do aterramento, conservando a carga total:

$$(Q_A + Q_B)_{\text{início}} = (Q_A + Q_B)_{\text{final}} \Rightarrow 6 + 4 = Q'_A + Q'_B \Rightarrow Q'_A + Q'_B = 10 \text{ C}$$

Igualando os potenciais:

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{kQ'_A}{R_A} = \frac{kQ'_B}{R_B} \Rightarrow \frac{Q'_A}{2} = Q'_B$$

$$Q'_A = \frac{20}{3} \text{ C} \quad \text{e} \quad Q'_B = \frac{10}{3} \text{ C}$$

Assim, a densidade superficial de carga em cada esfera será dada por:

$$\sigma_A = \frac{Q'_A}{4\pi R_A^2} = \frac{5}{12\pi} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_B = \frac{Q'_B}{4\pi R_B^2} = \frac{5}{6\pi} \text{ C/m}^2$$

Etapa 2. Etapa b

Enquanto o fio de aterramento é mantido, há carga elétrica sendo percorrida por esse fio, gerando a corrente $i(t)$. Como o potencial da esfera B é positivo, elétrons são fornecidos ao sistema pela Terra, de modo que a carga do sistema de esferas diminui conforme o tempo passa.

Para determinar o módulo da carga que passou pelo fio de aterramento entre os instantes t_0 e t_1 , basta calcular a área do gráfico fornecido (trapézio de bases i_0 e i_1 e altura $t_1 - t_0$):

$$|\Delta Q| = \frac{(i_0 + i_1)(t_1 - t_0)}{2} \Rightarrow |\Delta Q| = 6 \text{ C}$$

Como são fornecidos elétrons ao sistema, $\Delta Q = -6 \text{ C}$. Logo, como a carga total do sistema anteriormente era $Q_A + Q_B = 10 \text{ C}$, a soma das cargas das esferas após o fio de aterramento ter sido desconectado será:

$$Q_{A_{\text{final}}} + Q_{B_{\text{final}}} = 10 - 6 \Rightarrow Q_{A_{\text{final}}} + Q_{B_{\text{final}}} = 4 \text{ C}$$

Etapa 3. Etapa c

Atingida essa situação de carga total, ao retirar o fio de aterramento, as esferas trocam cargas entre si até atingirem novamente o equilíbrio, igualando seus potenciais elétricos. Sendo $Q'_{A_{\text{final}}}$ e $Q'_{B_{\text{final}}}$ as cargas finais, conservando a carga:

$$Q_{A_{\text{final}}} + Q_{B_{\text{final}}} = Q'_{A_{\text{final}}} + Q'_{B_{\text{final}}} \Rightarrow 4 = Q'_{A_{\text{final}}} + Q'_{B_{\text{final}}}$$

Igualando potenciais:

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{kQ'_{A_{\text{final}}}}{R_A} = \frac{kQ'_{B_{\text{final}}}}{R_B} \Rightarrow \frac{Q'_{A_{\text{final}}}}{2} = Q'_{B_{\text{final}}}$$

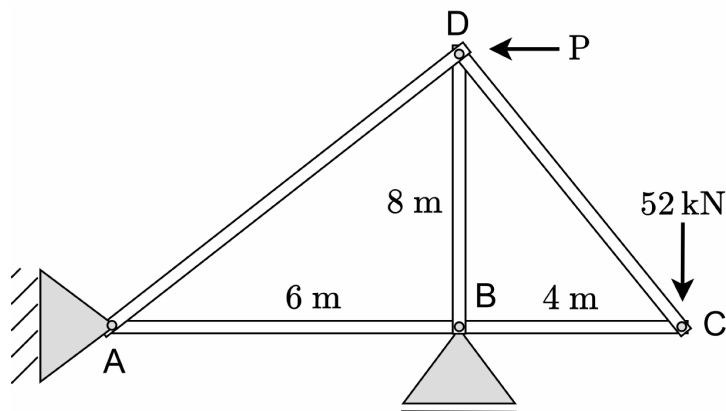
Logo, $Q'_{B_{\text{final}}} = \frac{4}{3} \text{ C}$ e

$$Q'_{A_{\text{final}}} = \frac{8}{3} \text{ C}$$



Questão 7

O guindaste da figura é montado com o auxílio da barra vertical BD, das barras horizontais AB e BC e das barras inclinadas AD e CD. O apoio A resiste a forças horizontais e verticais, enquanto o apoio B resiste apenas às forças verticais. Sabe-se que a reação normal no apoio B é 60 kN de baixo para cima e que são aplicadas forças externas indicadas nos pontos C e D.



Observações:

- as barras são rígidas e possuem massa desprezível;
- a força P no ponto D é horizontal e a força de 52 kN no ponto C é vertical.

Na condição de equilíbrio, determine:

- a) a força horizontal P;
- b) o módulo da reação no apoio A;
- c) a força atuante na barra AD, discriminando se é de tração ou compressão.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a

Calculando o momento em torno do ponto A (distância vertical de D até a linha AC é 8 m; distância horizontal de B até A é 6 m; distância horizontal de C até A é 10 m):

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P \cdot 8 \text{ m} + 60 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} = 52 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} \Rightarrow \boxed{P = 20 \text{ kN}}$$

Etapa 2. Etapa b

Garantindo o equilíbrio nos eixos x e y para a estrutura como um todo:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 20 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + 60 \text{ kN} = 52 \text{ kN} \Rightarrow A_y = 8 \text{ kN} (\downarrow)$$

Portanto, o módulo da força de reação no ponto A vale:

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{52^2 + 8^2} \Rightarrow \boxed{|\vec{F}_A| = 4\sqrt{29} \text{ kN}}$$

Etapa 3. Etapa c

Como o pino A está em equilíbrio, o somatório das forças que nele atuam (a reação externa e as forças que as barras AB e AD exercem sobre o pino) é nulo. A barra AD liga A a D e, pela geometria do guindaste (catetos de 6 m e 8 m, hipotenusa de 10 m), faz com a horizontal um ângulo cujo seno vale $8/10 = 0,8$. Analisando o equilíbrio das forças na direção y no pino A:

$$F_{AD} \cdot 0,8 = A_y = 8 \text{ kN} \Rightarrow F_{AD} = 10 \text{ kN}$$

Pelo sentido em que a barra AD precisa empurrar o pino A para equilibrá-lo (puxando-o na direção de D), a barra encontra-se tracionada:

$$F_{AD} = 10 \text{ kN (tracionada)}$$

Questão 8

Uma fibra ótica tem uma seção transversal de espessura a e possui o formato mostrado nas figuras, onde a curva externa β é um arco de $1/4$ de circunferência de raio R e a curva interna α é um arco de $1/4$ de circunferência de raio $R - a$. Considere duas situações: na situação da Figura 1, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva α ; na situação da Figura 2, um raio de luz entra na fibra tangenciando a curva β por dentro.

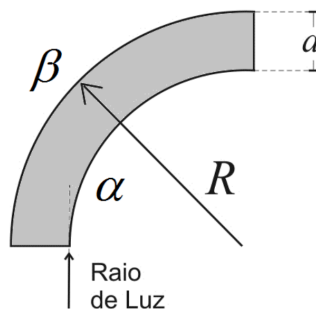


Figura 1

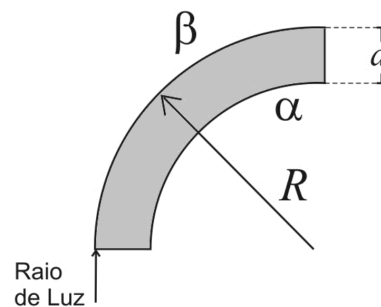


Figura 2

Dados:

- índice de refração no interior da fibra: n ;
- índice de refração do meio externo à fibra: 1;
- velocidade da luz no vácuo: c .

Observação:

- em ambas as situações o raio de luz incide perpendicularmente à superfície da fibra.

Considerando as duas situações, determine:

- o menor valor de R , em função de a e n , de forma que o raio de luz mostrado na situação da Figura 1 fique confinado e não escape da fibra na primeira incidência na curva β ;
- o tempo de viagem do raio de luz confinado à fibra na situação da Figura 2.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a

Como o raio não deve refratar ao incidir pela primeira vez na curva β (superfície externa), o ângulo de incidência θ nesse ponto deve ser maior ou igual ao ângulo limite, ou seja:

$$1 \cdot 1 \leq n \cdot \sin \theta$$

Pela geometria da fibra (o raio entra tangenciando a curva α , de raio $R - a$, e atinge a curva β , de raio R , formando um triângulo retângulo cuja hipotenusa é R e um dos catetos é $R - a$):

$$\sin \theta = \frac{R - a}{R}$$

Logo:

$$R \leq nR - na \Rightarrow R_{\min} = \frac{na}{n-1}$$

Etapa 2. Etapa b

Na situação da Figura 2, o ângulo de incidência tende a 90° . Assim, pode-se dizer que o raio percorre o comprimento externo da fibra ótica (um arco de $1/4$ de circunferência de raio R):

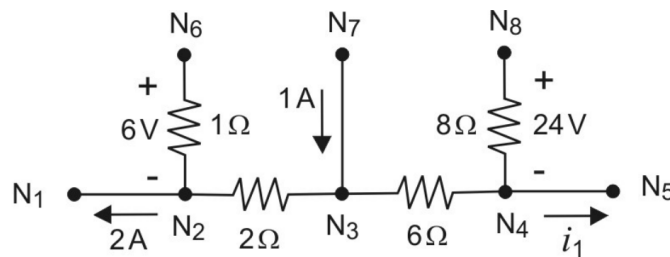
$$\Delta S = R \cdot \frac{\pi}{2} = vt$$

Como a velocidade no interior da fibra ótica é dada por $v = \frac{c}{n}$, tem-se:

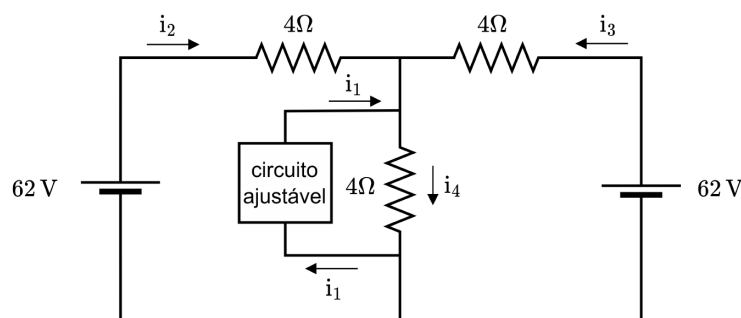
$$\frac{R\pi}{2} = \frac{c}{n} \cdot t \Rightarrow t = \frac{Rn\pi}{2c}$$

Questão 9

As figuras ilustram dois circuitos. O Circuito 1 possui oito nós, numerados de N_1 a N_8 , quatro resistores e apresenta algumas medidas realizadas por voltmímetro e amperímetro, inclusive a corrente i_1 entre os nós N_4 e N_5 . Já o Circuito 2 possui duas baterias de 62 V, três resistores idênticos e um circuito que é ajustável de forma que por ele circule a mesma corrente i_1 indicada no Circuito 1.



Circuito 1



Circuito 2

Determine as correntes i_1 , i_2 , i_3 e i_4 do Circuito 2.

Gabarito

Etapa 1. Etapa Circuito 1 — obtenção de i_1

Sabe-se que a corrente elétrica segue do maior para o menor potencial elétrico. Logo, sabendo-se a resistência e a ddp entre os nós N_6, N_2 e os nós N_8, N_4 , pode-se afirmar que o sentido e os valores das correntes nesses resistores são dados por:

$$U_{N_6, N_2} = Ri_{N_6, N_2} \Rightarrow 6 = 1 \cdot i_{N_6, N_2} \Rightarrow i_{N_6, N_2} = 6 \text{ A}$$



$$U_{N_8, N_4} = Ri_{N_8, N_4} \Rightarrow 24 = 8 \cdot i_{N_8, N_4} \Rightarrow i_{N_8, N_4} = 3 \text{ A}$$

Dessa forma, pela Lei dos Nós em N_2 , N_3 e N_4 , respectivamente, tem-se que:

$$6 = 2 + i_{N_2, N_3} \Rightarrow i_{N_2, N_3} = 4 \text{ A}$$

$$1 + i_{N_2, N_3} = i_{N_3, N_4} \Rightarrow i_{N_3, N_4} = 5 \text{ A}$$

$$i_{N_8, N_4} + i_{N_3, N_4} = i_{N_4, N_5} = i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = 8 \text{ A}}$$

Etapa 2. Etapa Circuito 2 — malhas ABEDA e CBEFC

Pela Lei das Malhas, no caminho ABEDA:

$$4i_2 + 4i_4 - 62 = 0 \Rightarrow i_2 + i_4 = \frac{31}{2}$$

No caminho CBEFC:

$$4i_3 + 4i_4 - 62 = 0 \Rightarrow i_3 + i_4 = \frac{31}{2}$$

Etapa 3. Etapa Circuito 2 — Lei dos nós em B

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4 \Rightarrow 8 + i_2 + i_3 = i_4$$

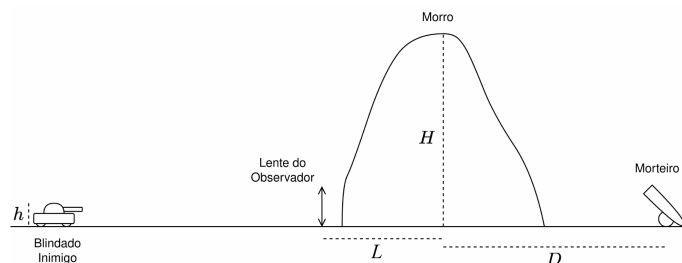
Por simetria entre as duas malhas ($i_2 = i_3$), das três equações obtém-se:

$$\boxed{i_2 = i_3 = 2,5 \text{ A}}$$

$$\boxed{i_4 = 13 \text{ A}}$$

Questão 10

Um sistema automático de defesa contra um determinado tipo de blindado inimigo é instalado próximo a um morro, como mostra a figura. Nesse sistema, um observador comanda o disparo de um morteiro que se encontra escondido atrás desse mesmo morro, com base na imagem do blindado obtida através de uma lente convergente especial. O observador realiza duas medidas do tamanho da imagem do blindado em instantes diferentes e utiliza esses valores para calcular o instante de disparo do morteiro.



Dados:

- distância focal da lente do observador: $f = 50 \text{ m}$;
- altura do morro: $H = 320 \text{ m}$;
- altura do blindado inimigo: $h = 2,7 \text{ m}$;
- distância horizontal entre a lente e o topo do morro: $L = 110 \text{ m}$;
- velocidade de disparo do projétil: $v_0 = 100 \text{ m/s}$;
- intervalo de tempo entre as medidas dos tamanhos das imagens: $\Delta t = 25 \text{ s}$;
- tamanho da primeira medida da imagem invertida: $i_1 = 5,40 \text{ cm}$;
- tamanho da segunda medida da imagem invertida: $i_2 = 6,75 \text{ cm}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Observações:

- o blindado e o morteiro estão na mesma horizontal;
- para efeito de cálculo do ponto de impacto do projétil, use o chão como referência.

Sabendo que o blindado se desloca com velocidade constante em direção à lente do observador e que o projétil atirado pelo morteiro atinge seu ponto máximo na trajetória exatamente no pico do morro, determine:

- a que distância horizontal D do pico do morro o morteiro deve ser posicionado;
- as distâncias entre o blindado e a lente nos momentos das duas medidas;
- a velocidade do blindado;
- o intervalo de tempo depois da segunda medida de imagem para que o disparo seja realizado e possa atingir o blindado.

Gabarito

Etapa 1. Etapa a — Distância D

Como o ponto mais alto da trajetória é o pico do morro, sendo θ o ângulo de lançamento do projétil:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta)}{2g} = \frac{100^2 \cdot \sin^2(\theta)}{2 \cdot 10} \Rightarrow \sin(\theta) = 0,8$$

Daí tira-se que $\sin(2\theta) = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,96$, e o alcance total do projétil, $2D$, vale:

$$2D = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = \frac{100^2 \cdot 0,96}{10} \Rightarrow \boxed{D = 480 \text{ m}}$$

Etapas 2. Etapa b — Distâncias do blindado à lente

Para a primeira imagem (blindado mais distante), com aumento linear $A_1 = -i_1/p_1$ e $A_1 = -i_1/p_1$ (imagem invertida, real):

$$A_1 = \frac{i_1}{L} = -\frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow -\frac{p'_1}{p_1} = -\frac{5,4}{270} \Rightarrow p'_1 = \frac{p_1}{50}$$

Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{50} = \frac{1}{p_1} + \frac{50}{p_1} = \frac{51}{p_1} \Rightarrow p_1 = 2550 \text{ m}$$

Para a segunda imagem (blindado mais próximo):

$$A_2 = \frac{i_2}{L} = -\frac{p'_2}{p_2} \Rightarrow -\frac{p'_2}{p_2} = -\frac{6,75}{270} \Rightarrow p'_2 = \frac{p_2}{40}$$

Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{p_2} + \frac{40}{p_2} = \frac{41}{p_2} \Rightarrow p_2 = 2050 \text{ m}$$

Etapas 3. Etapa c — Velocidade do blindado

Como a velocidade do blindado é constante:

$$v = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{2550 - 2050}{25} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

Etapas 4. Etapa d — Intervalo até o disparo

O projétil atinge o chão depois de seu disparo no tempo:

$$t_v = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 0,8}{10} = 16 \text{ s}$$

Ele atinge o chão a uma distância d do morteiro:

$$d = 2D = 2 \cdot 480 = 960 \text{ m}$$

Logo, ele atinge o chão a uma distância d' da lente:

$$d' = D - L = 480 - 110 \Rightarrow d' = 370 \text{ m}$$

Na segunda medida da imagem, a distância do blindado à lente é igual a $p_2 = 2050 \text{ m}$. Logo, para o blindado ser acertado, ele deve estar a 370 m da lente. Então, ele deve se mover $\Delta S = 2050 - 370 = 1680 \text{ m}$. Para isso, ele leva um tempo:

$$\Delta t = \frac{1680 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 84 \text{ s}$$

Como o projétil leva 16 s para acertar o chão, o intervalo de tempo depois da segunda medida para que o disparo seja realizado é:

$$\Delta t_D = 84 - 16 = 68 \text{ s}$$